

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 08.01.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

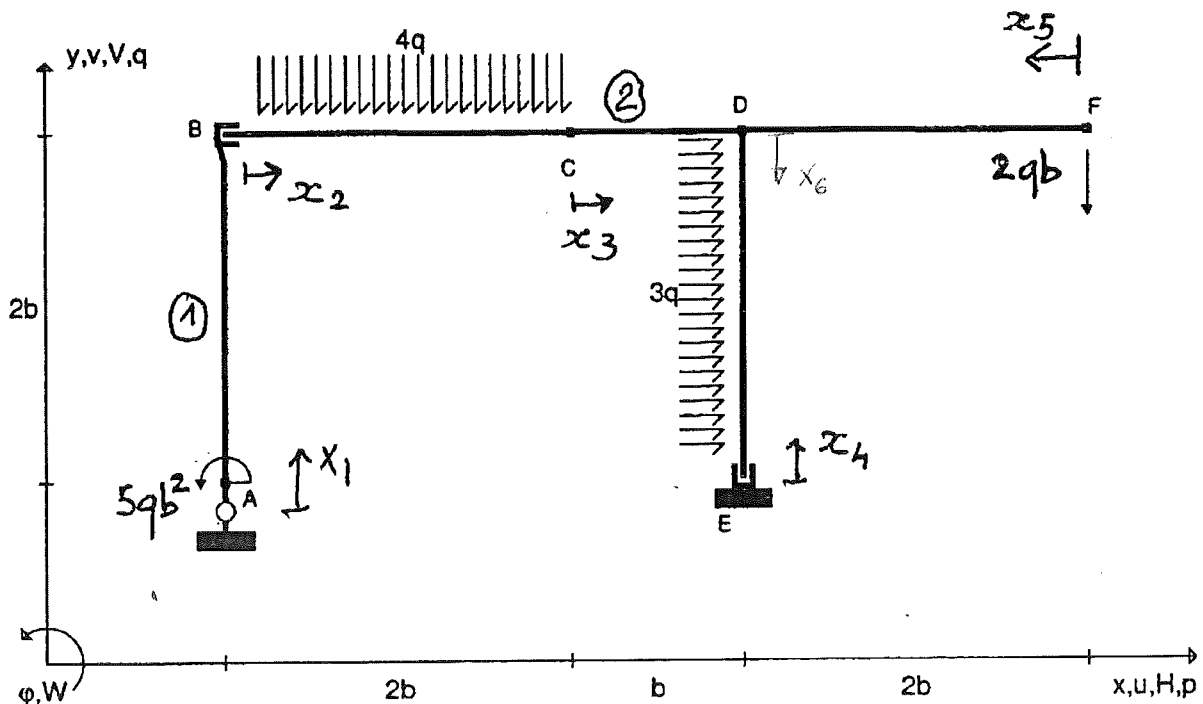
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 08.01.19\*001



Eq. ausiliaria:  $R_x^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento del punto D,  $v_D$ .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

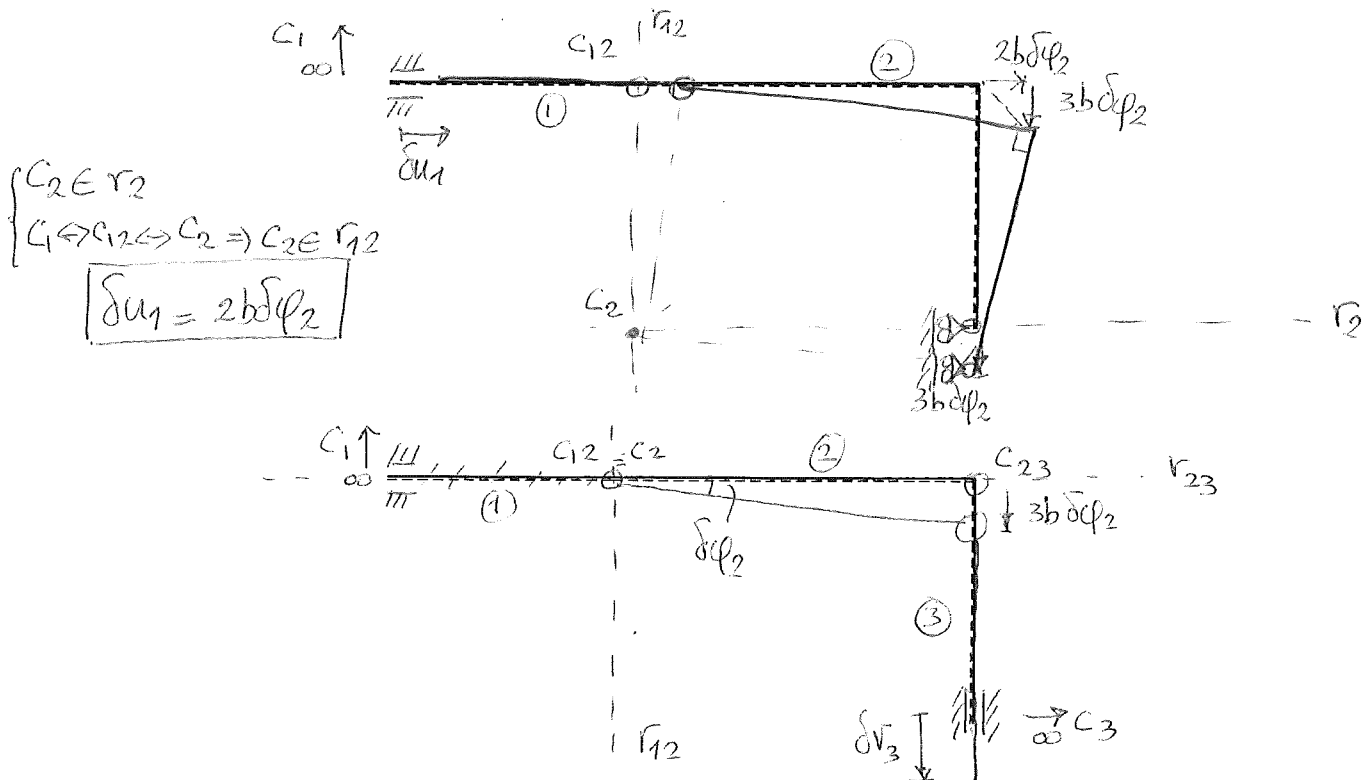
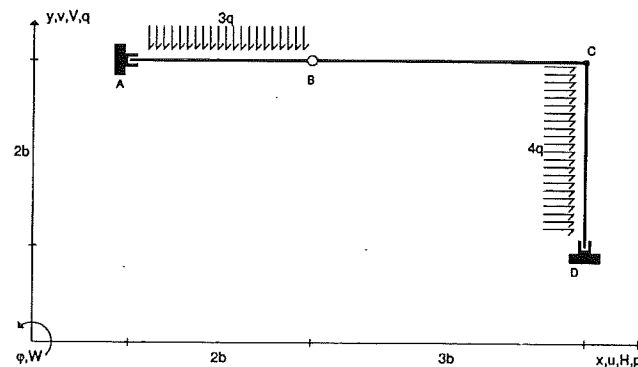
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento del punto D,  $v_D$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 08.01.19\*003



$$M_D(\varphi) = \dots 18ab^2 \dots; C_1 = (\dots 0, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 2b, \dots -2h \dots); C_{12} = (\dots 2b, \dots 0 \dots);$$

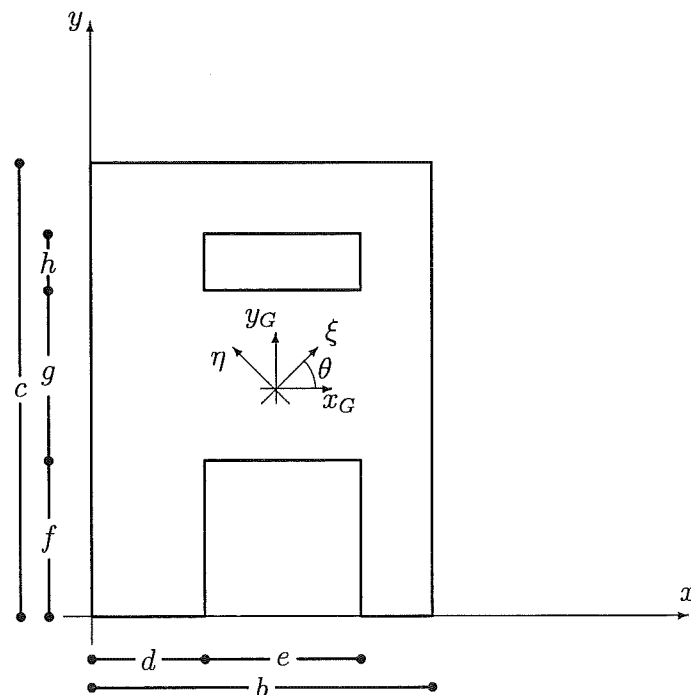
$$u_B = \dots \delta u_1 = 2b \delta \varphi_1 \dots; v_D = \dots -3b \delta \varphi_2 \dots;$$

$$M_C(\varphi_1, \varphi_2) = \dots 0 \dots; u_B = \dots 0 \dots; v_D = \dots -\delta v_2 = -3b \delta \varphi_2$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 3a$ ;  $c = 5a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



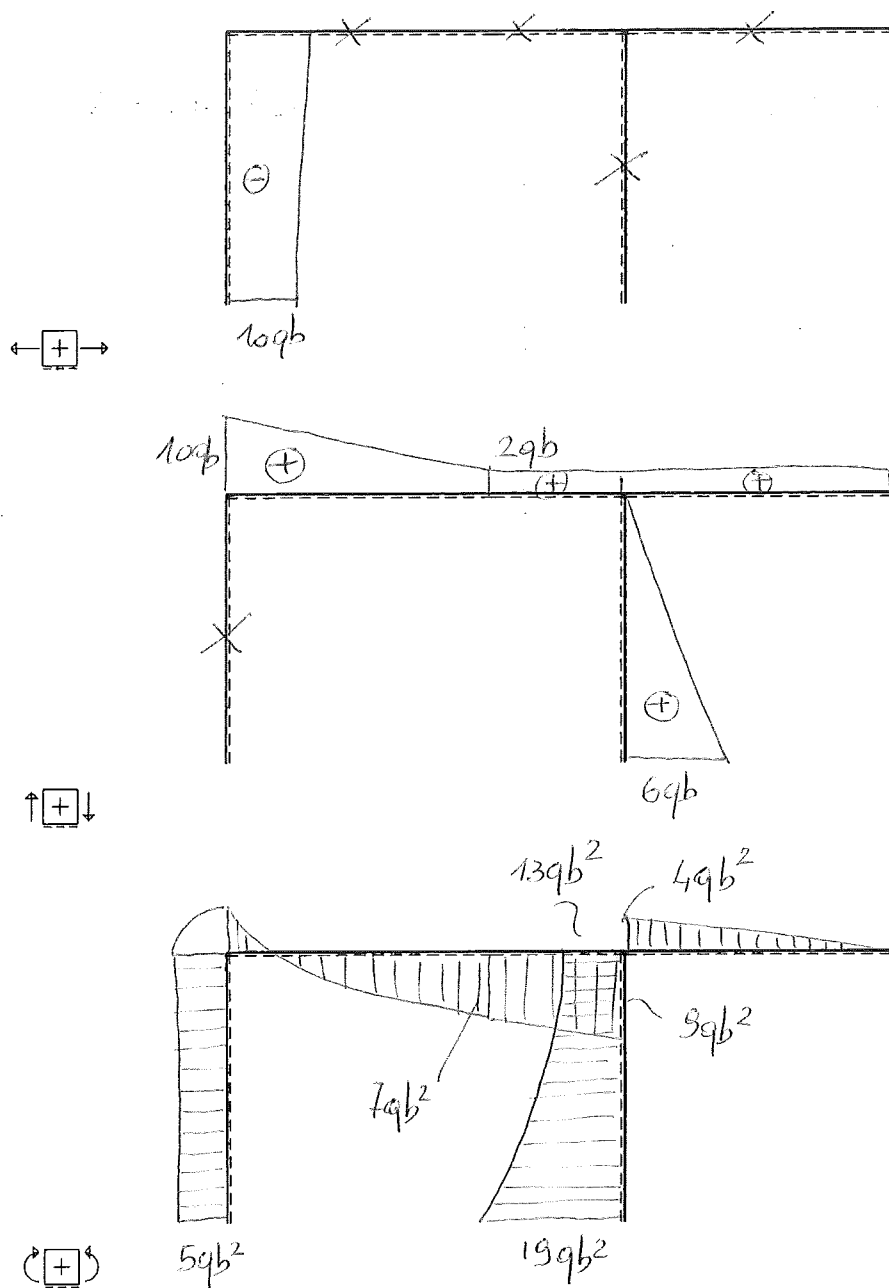
$$S_x = \dots \frac{35}{2} a^3 = 17.50000 a^3 \dots; S_y = \dots \frac{29}{2} a^3 = 14.50000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{29}{14} a = 2.07143 a \dots; y_G = \dots \frac{5}{2} a = 2.50000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{127}{12} a^4 = 10.58333 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{361}{84} a^4 = 4.29762 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ)$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{127}{12} a^4 = 10.58333 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{361}{84} a^4 = 4.29762 a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; V_A (\uparrow) = 10qb; H_E (\Rightarrow) = -6qb; M_E (\curvearrowright) = 19qb^2; \\
 N_{AB} &= -10qb; T_{AB} = 0; M_{AB} = -5qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; T_{BC} = 10qb - 4qx_2; M_{BC} = -5qb^2 + 10qb x_2 - 2qx_2^2; \\
 N_{CD} &= 0; T_{CD} = 2qb; M_{CD} = 7qb^2 + 2qb x_3; \\
 N_{ED} &= 0; T_{ED} = \begin{cases} 6qb - 3qx_4 \\ 3qx_6 \end{cases}; M_{ED} = \begin{cases} 19qb^2 - 6qb x_4 + \frac{3}{2}qx_4^2 \\ 13qb^2 + \frac{3}{2}qx_6^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; T_{FD} = 2qb; M_{FD} = -2qb x_5;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 08.01.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

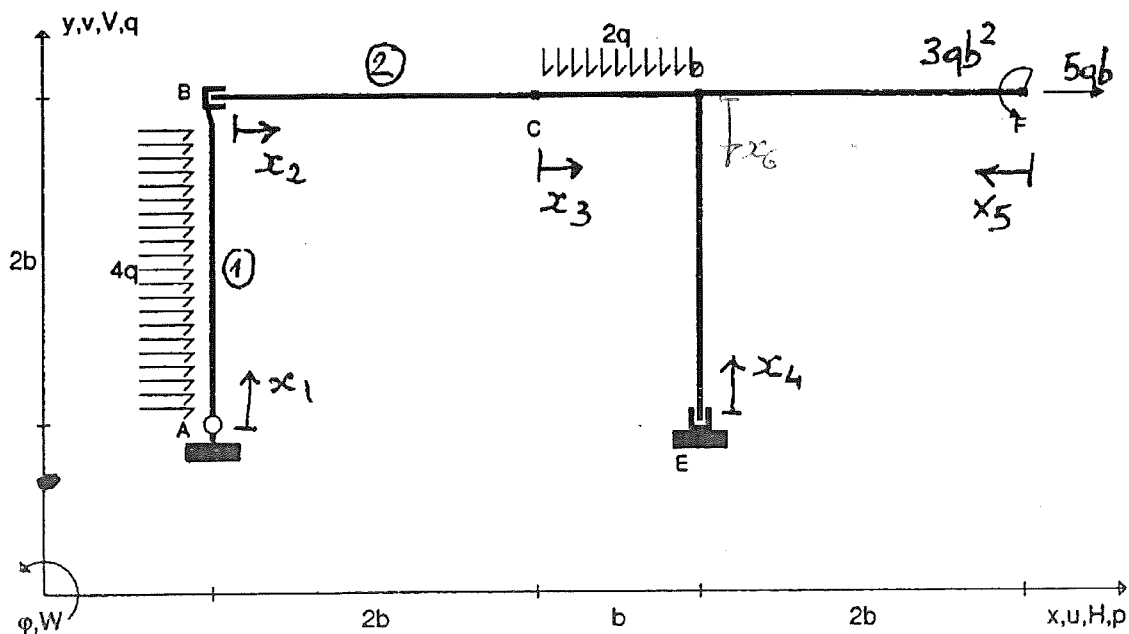
**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 08.01.19\*002



Eq. ausiliaria:  $R_x^{(1)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento del punto D,  $v_D$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C,  $M_C$ .

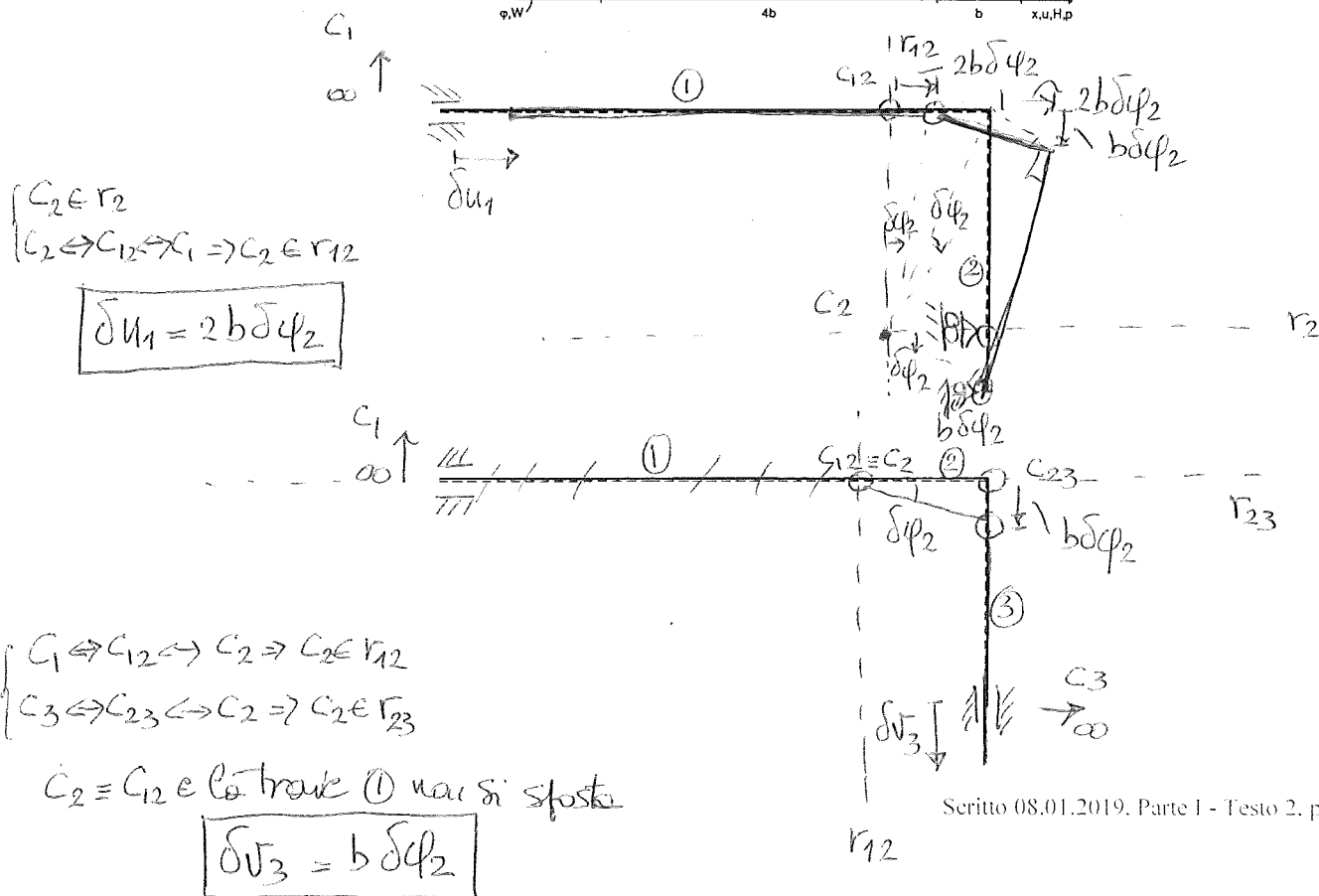
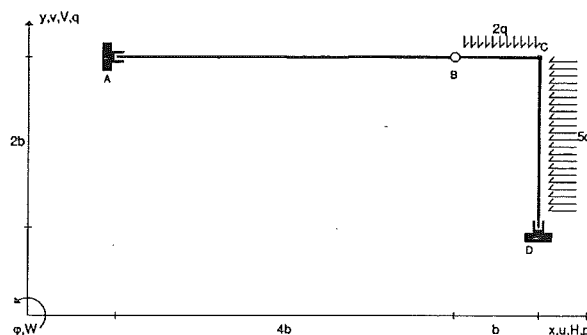
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B,  $u_B$ , e quella verticale dello spostamento del punto D,  $v_D$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 08.01.19\*004



$$M_D(\varnothing) = \dots -9ab^2 \dots; C_1 = (\dots, \dots); C_2 = (4b, -2b); C_{12} = (4b, 0);$$

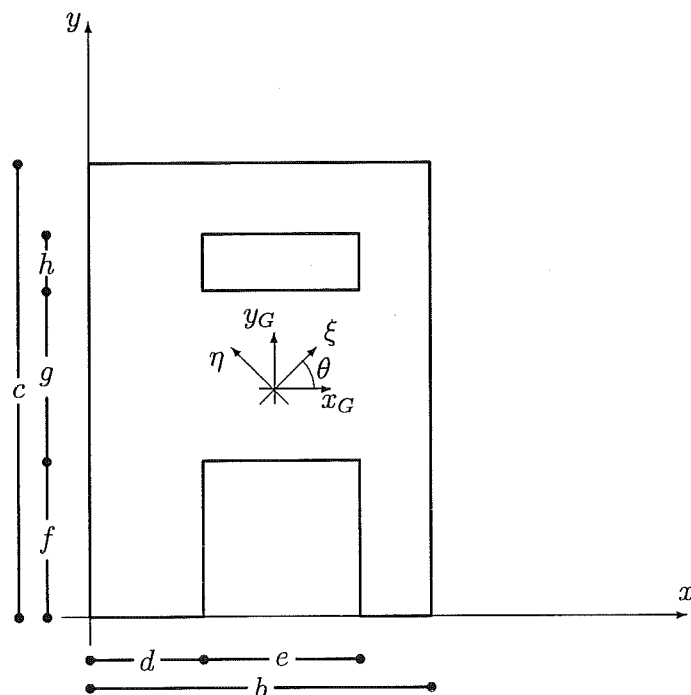
$$u_B = \dots -2b\varphi_2 \dots; v_D = \dots -b\varphi_2 \dots;$$

$$M_C(\varnothing) = \dots +ab^2 \dots; u_B = \dots 0 \dots; v_D = \dots -b\varphi_2 \dots$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 4a$ ;  $c = 6a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 3a$ ;  $g = a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



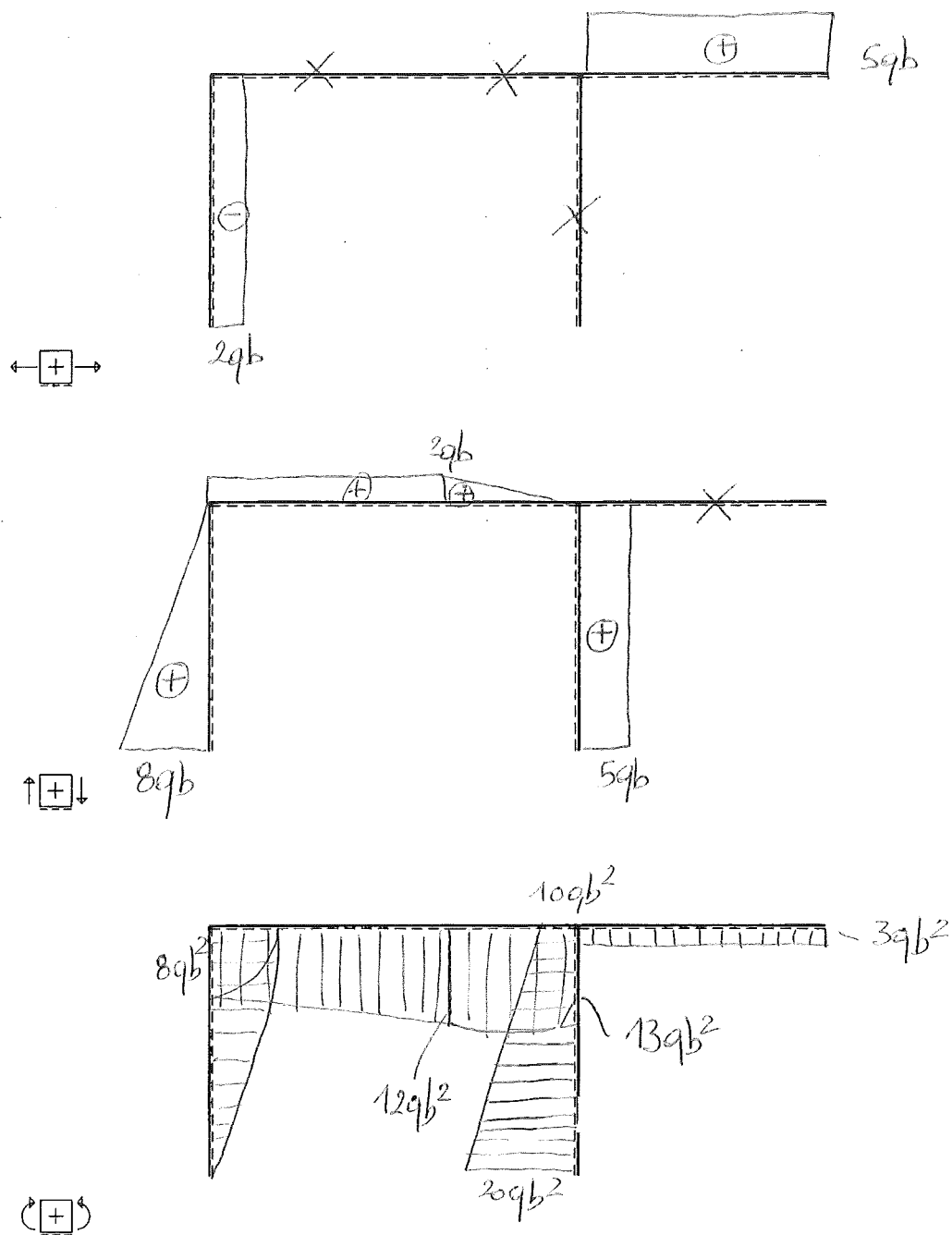
$$S_x = \frac{57a^3}{2} = 28.50000a^3; S_y = \frac{51a^3}{2} = 25.50000a^3;$$

$$x_G = \frac{17a}{6} = 2.83333a; y_G = \frac{19a}{6} = 3.16667a;$$

$$J_{xG} = \frac{75a^4}{4} = 18.75000a^4; J_{yG} = \frac{43a^4}{4} = 10.75000a^4;$$

$$J_{xGyG} = -2a^4 = -2.00000a^4; \tan 2\theta = \frac{1}{2} = 0.50000 \quad (\theta = 13.28253);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{19.22214a^4}{4} = \frac{53+8\sqrt{5}}{4}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{10.27786a^4}{4} = \frac{53-8\sqrt{5}}{4}a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -2qb; & V_A (\uparrow) &= 8qb; & H_E (\Rightarrow) &= -5qb; & M_E (\curvearrowright) &= 20qb^2; \\
 N_{AB} &= -2qb; & T_{AB} &= 8qb - 4qx; & M_{AB} &= 8qbx_1 - 2qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 2qb; & M_{BC} &= 8qb^2 + 2qbx_2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= 2qb - 2qx_3; & M_{CD} &= 12qb^2 + 2qbx_3 - qx_3^2; \\
 N_{ED} &= 0; & T_{ED} &= 5qb; & M_{ED} &= \begin{cases} 20qb^2 - 5qbx_4 \\ 10qb^2 + 5qbx_6 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 5qb; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= 3qb^2;
 \end{aligned}$$